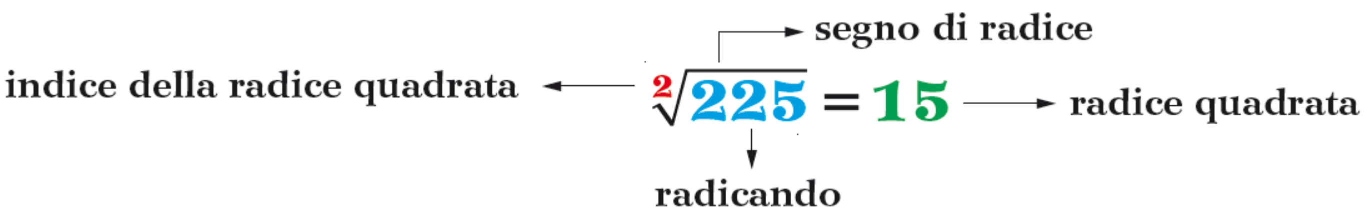
Radice quadrata

Estrazione di radice quadrata

L’operazione inversa dell’elevamento al quadrato di un numero si chiama **estrazione di radice quadrata** o semplicemente **radice quadrata**.



La radice quadrata di un numero (**radicando**) è quel numero che elevato al quadrato dà come risultato il radicando stesso cioè il numero sotto radice.

Proprietà della radice quadrata

RADICE QUADRATA DI UN PRODOTTO

La radice quadrata di un prodotto è uguale al prodotto delle radici quadrate dei singoli fattori:

$$\sqrt{\boldsymbol{a \times b}} = \sqrt{\boldsymbol{a}} \times \sqrt{\boldsymbol{b}} \qquad \text{con } a, b \in \mathbf{Q}^{+}$$

Esempio

$$\sqrt{25 \times 16} = \sqrt{25} \times \sqrt{16} = 5 \times 4 = 20$$

oppure:

$$\sqrt{25 \times 16} = \sqrt{400} = 20$$

Proprietà della radice quadrata

RADICE QUADRATA DI UN QUOZIENTE

La radice quadrata di un quoziente è uguale al quoziente fra le radici quadrate del dividendo e del divisore:

$$\sqrt{\boldsymbol{a : b}} = \sqrt{\boldsymbol{a}} : \sqrt{\boldsymbol{b}} \qquad \text{con } a, b \in \mathbf{Q}^+$$

Esempio

$$\sqrt{36 : 9} = \sqrt{36} : \sqrt{9} = 6 : 3 = 2$$

oppure:

$$\sqrt{36 : 9} = \sqrt{4} = 2$$

Lattes

Proprietà della radice quadrata

RADICE QUADRATA DI UNA POTENZA CON ESPONENTE PARI

La radice quadrata di una potenza con esponente pari è una potenza avente per base la stessa base e per esponente la metà dell'esponente del radicando:

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n \qquad \text{con } a \in \mathbf{Q}^+ \text{ e } n \in \mathbf{N}$$

Esempio

$$\sqrt{7^6} = 7^3$$

infatti:

$$(7^3)^2 = 7^{3 \times 2} = 7^6$$

Quadrati perfetti e radici quadrate esatte

Un **quadrato perfetto** è un numero che si ottiene elevando al quadrato un numero naturale:

225 è un quadrato perfetto poiché $15^2 = 225$

La radice quadrata di un quadrato perfetto è **esatta**:

$\sqrt{225} = 15$

- Se un numero termina con le cifre 2, 3, 7, 8 o con un numero dispari di zeri **non è un quadrato perfetto**.
- Se un numero termina con le cifre 1, 4, 5, 6, 9 o con un numero pari di zeri **può essere un quadrato perfetto**.
- Un numero **è un quadrato perfetto** se tutti gli esponenti dei suoi fattori sono pari.

Radice quadrata approssimata

Per i numeri che non sono quadrati perfetti non esiste la radice quadrata esatta.

Se consideriamo il numero 7, che è compreso tra i quadrati perfetti 4 e 9, possiamo osservare che $\sqrt{7}$ sarà compresa tra 2, il più grande numero naturale che elevato alla seconda non supera 7, e 3, il più piccolo numero naturale che elevato alla seconda supera 7, quindi:

$$\sqrt{7} = 2{,}64575131106459\ldots$$

che è un'approssimazione del risultato vero che è un numero con infinite cifre decimali che si ripetono senza un ordine preciso.

La radice quadrata di un numero che non è un quadrato perfetto è un numero decimale illimitato non periodico.

Questi numeri sono detti **irrazionali**.

Radice quadrata approssimata

La radice quadrata di un numero naturale approssimata **per difetto** a meno di una unità è il **più grande numero naturale il cui quadrato è minore del radicando**.

La radice quadrata di un numero naturale approssimata **per eccesso** a meno di una unità è il **più piccolo numero naturale il cui quadrato è maggiore del radicando**.

Torniamo al calcolo della $\sqrt{7}$:

- 2 è la radice quadrata di 7 approssimata per difetto a meno di una unità;
- 3 è la radice quadrata di 7 approssimata per eccesso a meno di una unità.

livello di approssimazione	tipo	si scrive
...a meno di 1	2 per difetto 3 per eccesso	$2 < \overset{1}{\sqrt{7}} < 3$
...a meno di $\frac{1}{10}$	2,6 per difetto 2,7 per eccesso	$2{,}6 < \overset{0{,}1}{\sqrt{7}} < 2{,}7$
...a meno di $\frac{1}{100}$	2,64 per difetto 2,65 per eccesso	$2{,}64 < \overset{0{,}01}{\sqrt{7}} < 2{,}65$

Lattes

Uso delle tavole numeriche

Per determinare la radice quadrata di un numero possiamo usare sia le tavole numeriche sia la calcolatrice.

RADICE QUADRATA DI UN NUMERO NATURALE COMPRESO TRA 1 E 1000

Per calcolare $\sqrt{327}$ cerchiamo il radicando 327 nella colonna (n) e sulla stessa riga troviamo la sua radice ($\sqrt{n}$).

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
324	104 976	34 012 224	18,0000	6,8683
325	105 625	34 328 125	18,0278	6,8753
326	106 276	34 645 976	18,0555	6,8824
327	106 929	34 965 783	18,0831	6,8894
328	107 584	35 287 552	18,1108	6,8964

Uso delle tavole numeriche

RADICE QUADRATA DI UN NUMERO NATURALE COMPRESO TRA 1001 e 1000000

In questo caso cerchiamo il radicando nella colonna n^2 e possiamo incontrare due situazioni.

- **Il radicando si trova nella colonna n^2 (è un quadrato perfetto).**
  Troveremo la radice nella colonna n:

  $$\sqrt{n^2} = n.$$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
656	430 336	282 300 416	25,6125	8,6890
657	431 649	283 593 393	25,6320	8,6934
658	432 964	284 890 312	25,6515	8,6978
659	434 281	286 191 179	25,6710	8,7022

- **Il radicando non si trova nella colonna n^2 (non è un quadrato perfetto).**
  Calcoliamo $\sqrt{51\,700}$. Il numero non compare nella 2ª colonna. Cerchiamo, nella stessa colonna, i due numeri fra cui è compreso il radicando:

  $$51\,529 < 51\,700 < 51\,984$$

  estraendo la radice:

  $$227 \text{ (per difetto)} < \sqrt{51\,700} < 228 \text{ (per eccesso)}$$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
226	51 076	11 543 176	15,0333	6,0912
227	51 529	11 697 083	15,0665	6,1002
228	51 984	11 852 352	15,0997	6,1091
229	52 441	12 008 989	15,1327	6,1180

Uso delle tavole numeriche

RADICE QUADRATA DI UN NUMERO DECIMALE FINITO

La radice quadrata esatta di un numero decimale possiede un **numero di cifre decimali** che è uguale alla **metà di quelle del radicando**.

Per calcolare la radice quadrata quando il **radicando** è espresso sotto forma di **numero decimale** dobbiamo:

- pareggiare le cifre decimali in relazione all'approssimazione richiesta;
- trasformare il numero in frazione decimale;
- estrarre la radice quadrata del numeratore approssimata per difetto all'unità;
- estrarre la radice quadrata del denominatore;
- trasformare la frazione decimale così ottenuta in numero decimale.

Espressioni

RADICE QUADRATA DI UN'ESPRESSIONE NUMERICA

Per calcolare la radice quadrata di un'espressione numerica si risolve l'espressione applicando, dove possibile, le proprietà delle radici. Successivamente si calcola la radice quadrata del risultato ottenuto.

- **Il valore dell'espressione è un quadrato perfetto**:

$$\sqrt{\left(\frac{11}{5}-\frac{3}{2}\right)\times\frac{8}{35}+\left(\frac{7}{5}-1\right):\frac{5}{6}}=\sqrt{\left(\frac{22-15}{10}\right)\times\frac{8}{35}+\left(\frac{7-5}{5}\right):\frac{5}{6}}=$$

$$=\sqrt{\frac{{}^{1}\cancel{7}}{{}_{5}\cancel{10}}\times\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{35}_{5}}+\frac{2}{5}\times\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{4}{25}+\frac{12}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\frac{4}{5}$$

- **Il valore dell'espressione non è un quadrato perfetto**. Risolta l'espressione, si estrae la radice quadrata del radicando ottenuto con l'approssimazione indicata:

$$\overset{0,1}{\sqrt{\left(\frac{16}{5}-2\right)\times\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+\frac{5}{12}\right)}}=$$

$$=\overset{0,1}{\sqrt{\left(\frac{16-10}{5}\right)\times\left(\frac{18-8+5}{12}\right)}}=\overset{0,1}{\sqrt{\frac{{}^{1}\cancel{6}}{{}_{1}\cancel{5}}\times\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{12}_{2}}}}=\overset{0,1}{\sqrt{\frac{3}{2}}}=\overset{0,1}{\sqrt{1,5}}=\overset{1}{\sqrt{\frac{150}{100}}}=\frac{\overset{1}{\sqrt{150}}}{\overset{1}{\sqrt{100}}}=\frac{12}{10}=1,2$$

Espressioni

ESPRESSIONI CONTENENTI OPERAZIONI DI ESTRAZIONE DI RADICE

Se in un’espressione vi sono operazioni di estrazione di radice, queste devono essere eseguite subito.

$$\left(15 - \sqrt{36} + 3 \times \sqrt{16}\right) : \left(17 + \sqrt{49} - \sqrt{144} : \sqrt{4} - \sqrt{121}\right) =$$

$$= (15 - 6 + 3 \times 4) : (17 + 7 - 12 : 2 - 11) =$$

$$= (15 - 6 + 12) : (17 + 7 - 6 - 11) = 21 : 7 = 3$$

Cenni sulla radice cubica

L'estrazione di radice cubica è l'operazione inversa dell'elevamento al cubo.

La **radice cubica** di un numero (radicando) è quel numero che elevato al cubo dà come risultato il radicando.

Un **cubo perfetto** è un numero che si ottiene elevando al cubo un numero naturale.

Scomponendo in fattori primi un cubo perfetto si nota che gli esponenti sono multipli di 3, pertanto:

$\sqrt[3]{3\,375} = \sqrt[3]{3^3 \times 5^3} = 3 \times 5 = 15$

$\sqrt[3]{5\,832} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^6} = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

La **radice cubica** di un numero che è un cubo perfetto si calcola scomponendolo in fattori primi e poi **dividendo per tre gli esponenti** dei suoi fattori.

L'uso delle tavole per l'estrazione della radice cubica è analogo a quello per l'estrazione della radice quadrata.

Numeri irrazionali ed estrazione di radice quadrata

L'operazione di estrazione di radice ci ha fatto scoprire un nuovo tipo di numeri: i **numeri decimali illimitati non periodici** (numeri in cui non esiste un gruppo di cifre che si ripete periodicamente).

Questi numeri non possono essere scritti sotto forma di frazione poiché una frazione genera solo numeri decimali finiti o decimali illimitati periodici semplici o misti.

Un numero decimale illimitato non periodico si dice **numero irrazionale**.

I numeri irrazionali positivi appartengono all'insieme **I**$^{+}$.